

3D - Filmanalyse
von Schischwüngen
bei mitgeschwenkter Kamera

Mag. Martin Mössner

Diese Arbeit wurde von den Fonds zur Förderung
wissenschaftlicher Forschung unterstützt.
(Projekt: P7657-PHY)

2D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

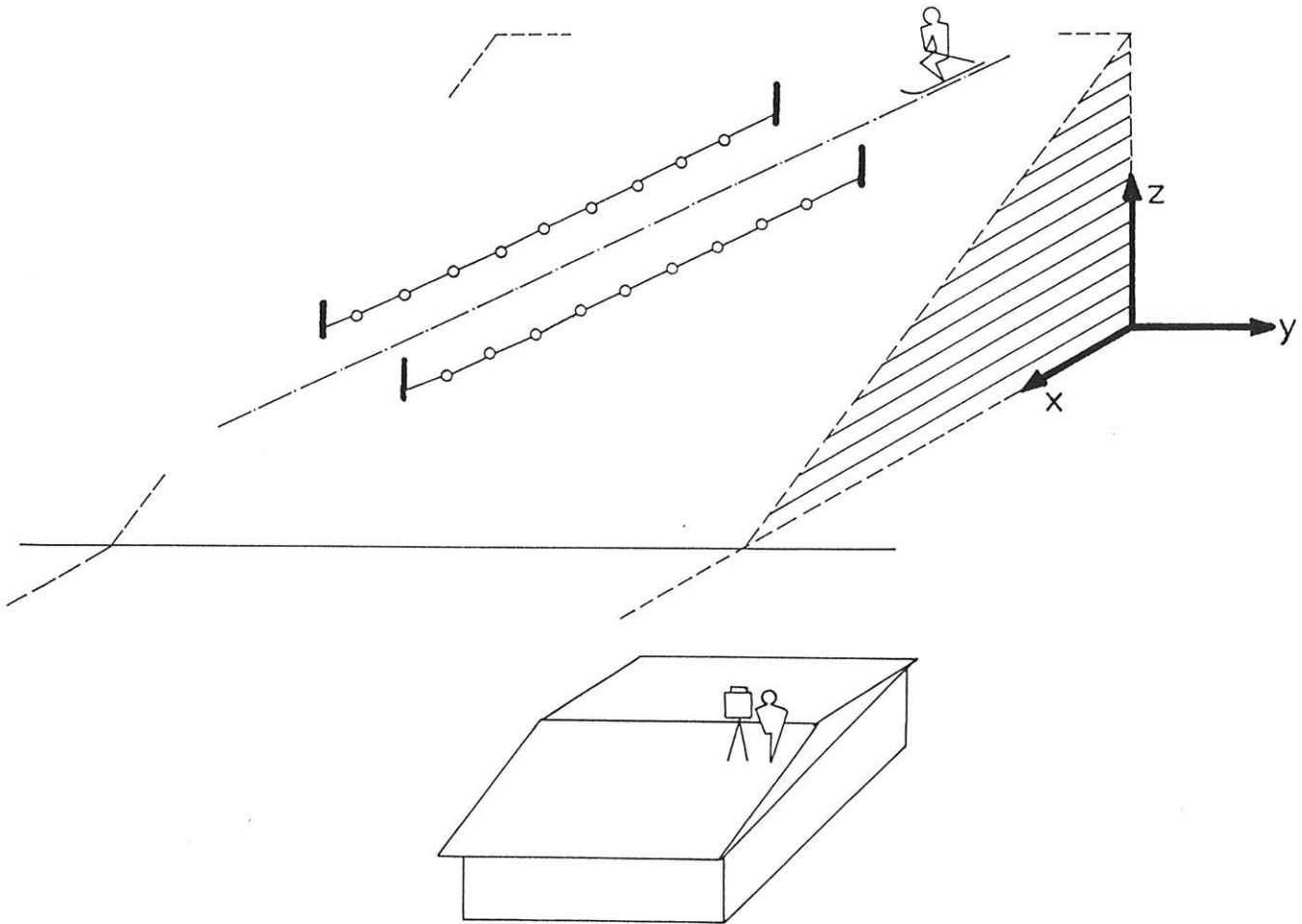


Abb. 1: Gesamtansicht der Messung in Seefeld
räumliche Bewegung auf einer Ebene - es reicht bereits eine Kamera

3D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

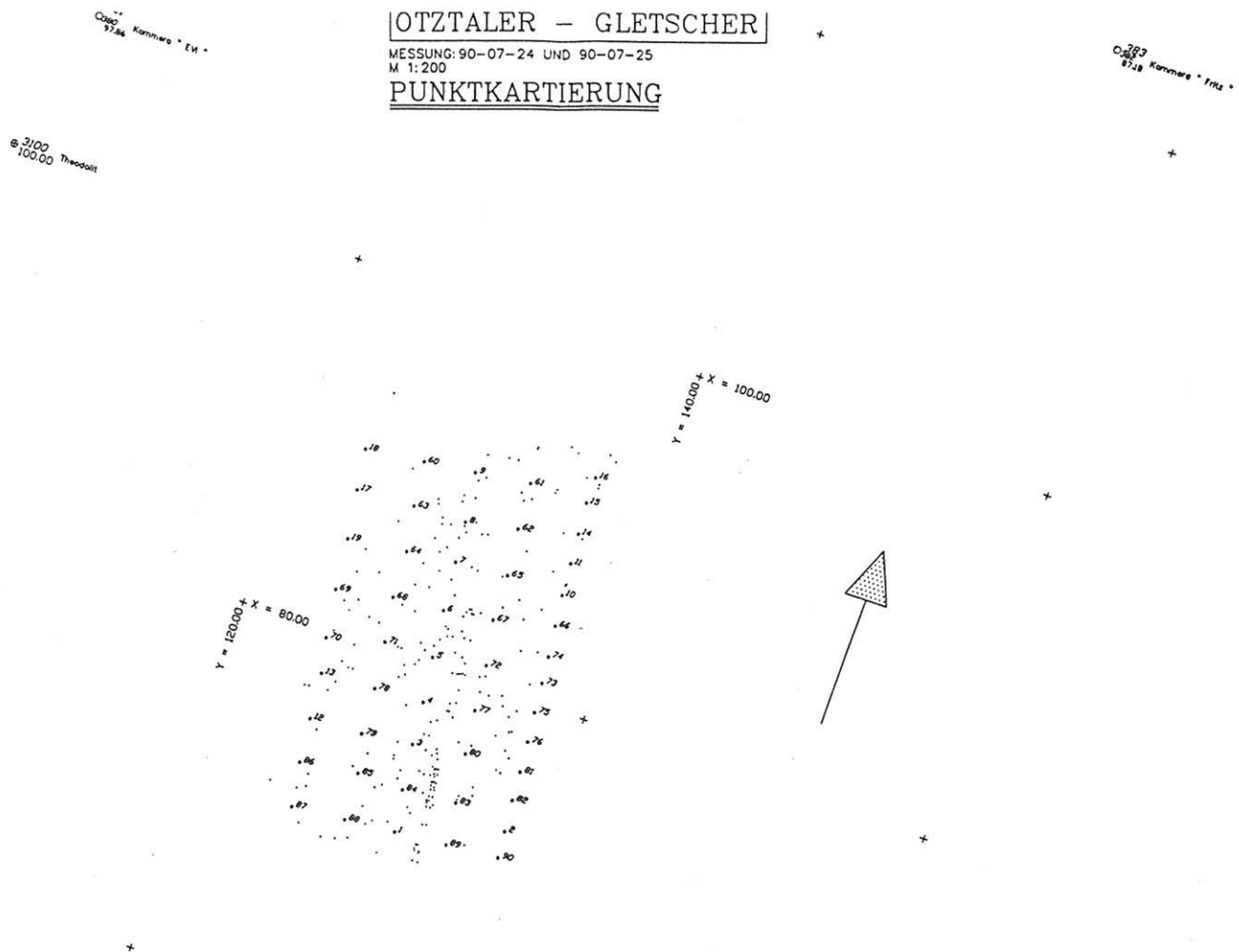


Abb. 1: Gesamtansicht der Messung am Rettenbachferner
beliebige räumliche Bewegung - 2 Kameras sind notwendig

3D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

LDT – linear direct transform

Grundlage: geometrische Optik - Theorie dicker Linsen

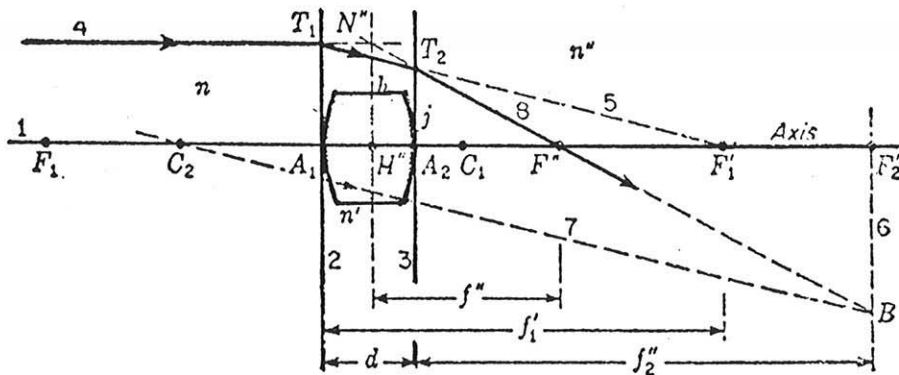


FIGURE 5G

The oblique-ray method for graphically tracing paraxial rays through a thick lens.

$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$$

Man zeigt damit, daß die Funktion, die die Ortskoordinaten, des untersuchten Objekts, in die Bildkoordinaten, des Filmbildes, abbildet eine Perspektivität des $\mathbf{R}^3$ in den $\mathbf{R}^2$ ist, d. h.:

$$(1) \quad \begin{aligned} x &= \frac{b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + b_4}{b_9 X + b_{10} Y + b_{11} Z + 1} \\ y &= \frac{b_5 X + b_6 Y + b_7 Z + b_8}{b_9 X + b_{10} Y + b_{11} Z + 1} \end{aligned}$$

X, Y, Z Ortskoordinaten

x, y Bildkoordinaten

$b_1, \dots, b_{11}$ LDT Parameter

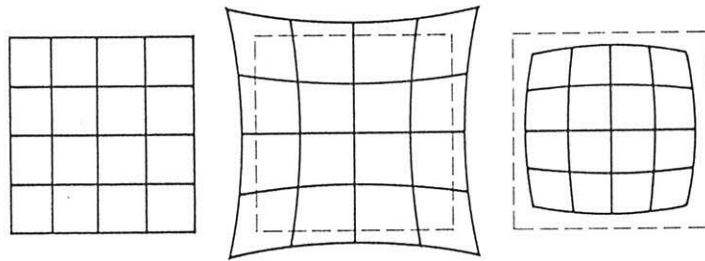
siehe z.B.: Abdel-Aziz, Karara, Direct Linear Transformations into Object Space Coordinates in Close Range Photogrammetry, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, (1971)

systematische Fehler

Linsenfehler wie Aberration, Koma, Distorsion, ...

$$(2) \quad \begin{aligned} x &= \frac{b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + b_4}{b_9 X + b_{10} Y + b_{11} Z + 1} + \Delta x \\ y &= \frac{b_5 X + b_6 Y + b_7 Z + b_8}{b_9 X + b_{10} Y + b_{11} Z + 1} + \Delta y \end{aligned}$$

die kissen- bzw. tonnenförmige Verzeichnung kann man ausgleichen:



hierzu folgender Ansatz

$$(3) \quad \begin{aligned} \Delta x &= u(b_{12}r + b_{13}r^2 + b_{14}r^3) + b_{15}(r + 2u^2) + 2b_{16}uv \\ \Delta y &= v(b_{12}r + b_{13}r^2 + b_{14}r^3) + 2b_{15}uv + b_{16}(r + 2v^2) \end{aligned}$$

$$r = u^2 + v^2 \quad u = x - x_0 \quad v = y - y_0$$

b_{12}, b_{13}, b_{14} symmetrische Linsendistorsion

b_{15}, b_{16} asymmetrische Linsendistorsion

x_0, y_0 Koordinaten der optischen Achse im Bildsystem

$$(4) \quad \begin{aligned} x_0 &= \frac{b_1 b_9 + b_2 b_{10} + b_3 b_{11} + b_4}{b_9^2 + b_{10}^2 + b_{11}^2 + 1} \\ y_0 &= \frac{b_5 b_9 + b_6 b_{10} + b_7 b_{11} + b_8}{b_9^2 + b_{10}^2 + b_{11}^2 + 1} \end{aligned}$$

3D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

Berechnung der Kalibrierungsparameter

nichtlineares Gleichungssystem, daher iteratives Verfahren

1. Schritt: $\Delta x, \Delta y$ klein

benutze (1) um Startwerte für $b_1, \dots, b_{11}$ zu berechnen

2. Schritt: Iteration

1. Schritt: Löse das lineare Gleichungssystem (QR-Algorithmus)

$$(5) \quad Ab = r$$

$$A = \begin{pmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_i X_i & -x_i Y_i & -x_i Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -y_i X_i & -y_i Y_i & -y_i Z_i \end{pmatrix}_{i=1, \dots, p}$$

$$b = (b_1, \dots, b_{11})^t$$

$$r = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}_{i=1, \dots, p}$$

3D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

2. Schritt: iteriere für $n > 0$:

$$\begin{aligned}
 a_i^{(n)} &= \frac{1}{b_9^{(n)} X_i + b_{10}^{(n)} Y_i + b_{11}^{(n)} Z_i + 1} \\
 l^{(n)} &= \frac{1}{(b_9^{(n)})^2 + (b_{10}^{(n)})^2 + (b_{11}^{(n)})^2 + 1} \\
 x_0^{(n)} &= (b_1^{(n)} b_9^{(n)} + b_2^{(n)} b_{10}^{(n)} + b_3^{(n)} b_{11}^{(n)} + b_4^{(n)}) l^{(n)} \\
 y_0^{(n)} &= (b_5^{(n)} b_9^{(n)} + b_6^{(n)} b_{10}^{(n)} + b_7^{(n)} b_{11}^{(n)} + b_8^{(n)}) l^{(n)} \\
 u_i^{(n)} &= x_i - x_0^{(n)} \\
 v_i^{(n)} &= y_i - y_0^{(n)} \\
 r_i^{(n)} &= (u_i^{(n)})^2 + (v_i^{(n)})^2
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$A^{(n)} b^{(n+1)} = r^{(n)} \tag{7}$$

$$A^{(n)} = \begin{pmatrix}
 X_i a_i^{(n)}, & Y_i a_i^{(n)}, & Z_i a_i^{(n)}, & a_i^{(n)}, & 0, \\
 0, & 0, & 0, & 0, & 0, \\
 -x_i X_i a_i^{(n)}, & -x_i Y_i a_i^{(n)}, & -x_i Z_i a_i^{(n)}, & -x_i a_i^{(n)}, & u_i^{(n)} r_i^{(n)}, \\
 u_i^{(n)} (r_i^{(n)})^2, & u_i^{(n)} (r_i^{(n)})^3, & r_i^{(n)} + 2(u_i^{(n)})^2, & 2u_i^{(n)} v_i^{(n)}, & 2u_i^{(n)} v_i^{(n)}, \\
 0, & 0, & 0, & 0, & 0, \\
 X_i a_i^{(n)}, & Y_i a_i^{(n)}, & Z_i a_i^{(n)}, & a_i^{(n)}, & a_i^{(n)}, \\
 -y_i X_i a_i^{(n)}, & -y_i Y_i a_i^{(n)}, & -y_i Z_i a_i^{(n)}, & -y_i a_i^{(n)}, & v_i^{(n)} r_i^{(n)}, \\
 v_i^{(n)} (r_i^{(n)})^2, & v_i^{(n)} (r_i^{(n)})^3, & 2u_i^{(n)} v_i^{(n)}, & r_i^{(n)} + 2(v_i^{(n)})^2, & r_i^{(n)} + 2(v_i^{(n)})^2
 \end{pmatrix}_{i=1, \dots, p}$$

$$b^{(n+1)} = (b_1^{(n+1)}, \dots, b_{16}^{(n+1)})^t$$

$$r^{(n)} = \begin{pmatrix} x_i a_i^{(n)} \\ y_i a_i^{(n)} \end{pmatrix}_{i=1, \dots, p}$$

Wiederhole diesen Schritt solange bis

$$\|b^{(n+1)} - b^{(n)}\| < Tol \tag{8}$$

oder bis maximale Anzahl von Iterationen erreicht.

Filmauswertung

gegeben sind für die i -te Kamera:

$b^{(i)}$	Kalibrierungsdaten der Kamera
x_i, y_i	Filmkoordinaten des auszuwertenden Punktes
	analog weitere Bezeichnungen

aus (2) und (3) erhält man:

$$(9) \quad Ap = c$$

$$\begin{aligned}
 s_i &= x_i - \Delta x_i \\
 t_i &= y_i - \Delta y_i \\
 \Delta x_i &= u_i(b_{12}^{(i)}r_i + b_{13}^{(i)}r_i^2 + b_{14}^{(i)}r_i^3) + (r_i + 2u_i^2)b_{15}^{(i)} + 2b_{16}^{(i)}u_iv_i \\
 \Delta y_i &= v_i(b_{12}^{(i)}r_i + b_{13}^{(i)}r_i^2 + b_{14}^{(i)}r_i^3) + 2b_{15}^{(i)}u_iv_i + (r_i + 2v_i^2)b_{16}^{(i)} \\
 r_i &= u_i^2 + v_i^2 \\
 u_i &= x_i - x_0 \\
 v_i &= y_i - y_0
 \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} b_1^{(1)} - s_1 b_9^{(1)}, & b_2^{(1)} - s_1 b_{10}^{(1)}, & b_3^{(1)} - s_1 b_{11}^{(1)} \\ b_5^{(1)} - t_1 b_9^{(1)}, & b_6^{(1)} - t_1 b_{10}^{(1)}, & b_7^{(1)} - t_1 b_{11}^{(1)} \\ b_1^{(2)} - s_2 b_9^{(2)}, & b_2^{(2)} - s_2 b_{10}^{(2)}, & b_3^{(2)} - s_2 b_{11}^{(2)} \\ b_5^{(2)} - t_2 b_9^{(2)}, & b_6^{(2)} - t_2 b_{10}^{(2)}, & b_7^{(2)} - t_2 b_{11}^{(2)} \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} s_1 - b_4^{(1)} \\ t_1 - b_8^{(1)} \\ s_2 - b_4^{(2)} \\ t_2 - b_8^{(2)} \end{pmatrix}$$

3D-Filmanalyse bei mitgeschwenkter Kamera

Kondition

betrachte zwei Gleichungssysteme

$$Ax = b$$

$$(A + \Delta A)(x + \Delta x) = b + \Delta b$$

falls $\kappa(A) \|\Delta A\| / \|A\| < 1$, so hat man

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{\kappa(A)}{1 - \kappa(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \left(\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} \right)$$

speziell für $\|\Delta A\| / \|A\| < 10^{-d}$ und $\|\Delta b\| / \|b\| < 10^{-d}$:

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \quad \text{ist etwa durch} \quad \kappa(A) 10^{-d} \quad \text{beschränkt}$$

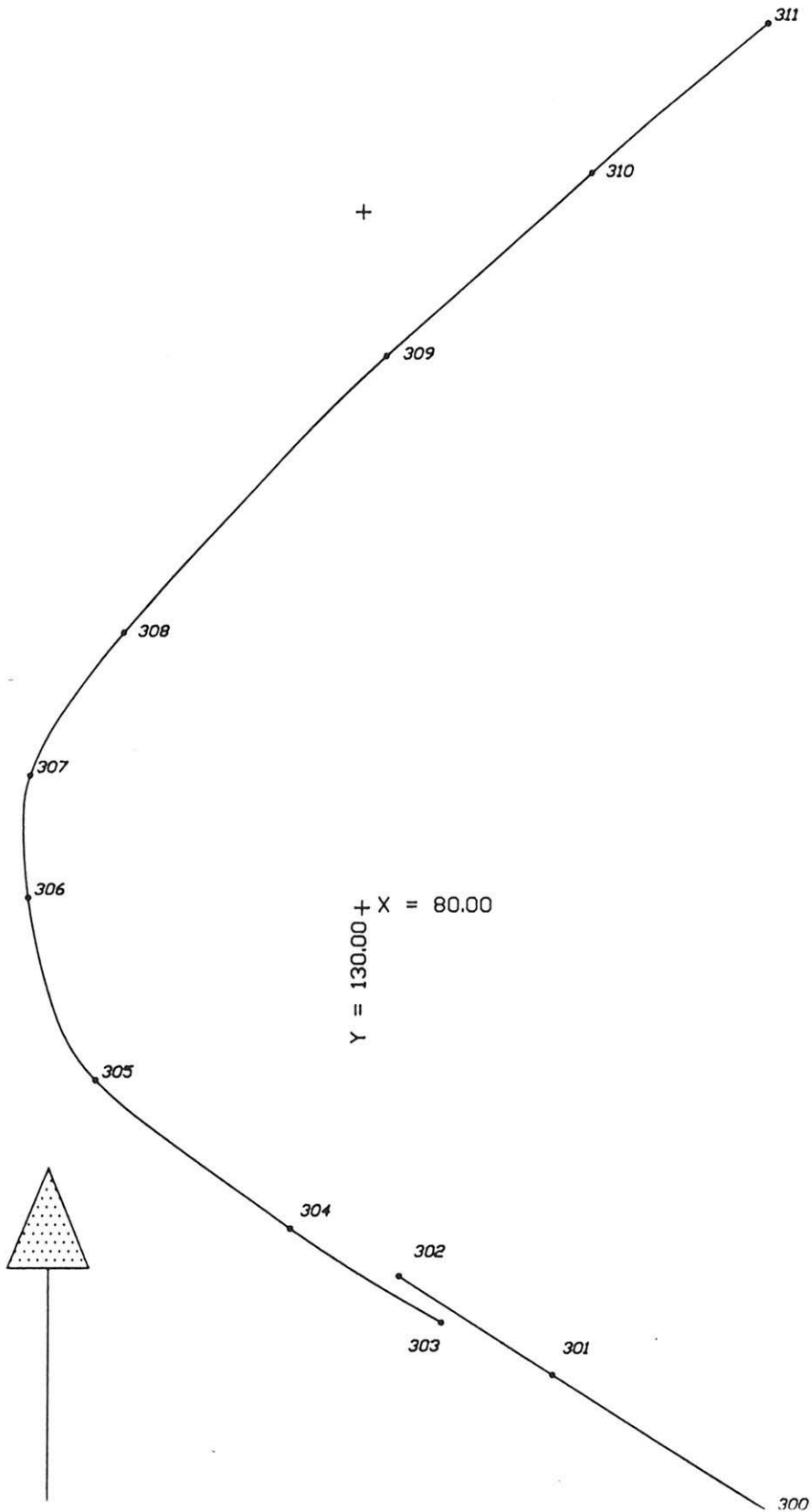
$\kappa(A) = 10^9$	ohne Skalierung
$\kappa(A) = 10^6$	Skalierung im Bildraum
$\kappa(A) = 10^5$	Skalierung im Ortsraum
$\kappa(A) = 10^2$	Skalierung im Orts- und Bildraum

ÖTZTALER – GLETSCHER

MESSUNG: 90-07-24 UND 90-07-25

M 1:100

11. FAHRT



mit skalierung

0.46549	kopf - kinn
0.12398	kinn - schultermittelpunkt
0.33352	schulterabstand
0.34732	schulter rechts - brustbein
0.36214	schulter links - brustbein
0.78582	schulter - huefte rechts
0.74720	schulter - huefte links
0.47513	brustbein - huefte rechts
0.44861	brustbein - huefte links
0.21360	hueftbreite
0.48325	schulter - ellbogen rechts
0.69445	schulter - ellbogen links
0.34786	ellbogen - handgelenk rechts
0.37645	ellbogen - handgelenk links
0.11975	handgelenk - hand rechts
0.16397	handgelenk - hand links
1.1161	hand - schistockteller rechts
1.0777	hand - schistockteller links
0.66144	huefte - knie rechts
0.74922	huefte - knie links
0.74780	knie - sprunggelenk rechts
0.71129	knie - sprunggelenk links
0.24861	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.18694	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.40978	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.39648	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.43587	schusohlenrand vorne - hinten
0.46607	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.3004	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.2698	schuhsohlenrand vorne - schispitze links

ohne skalierung

0.57246	kopf - kinn
0.53240E-01	kinn - schultermittelpunkt
0.25350	schulterabstand
0.47476	schulter rechts - brustbein
0.59112	schulter links - brustbein
1.3553	schulter - huefte rechts
1.3026	schulter - huefte links
0.89585	brustbein - huefte rechts
0.73199	brustbein - huefte links
0.25337	hueftbreite
0.75898	schulter - ellbogen rechts
0.93372	schulter - ellbogen links
0.31880	ellbogen - handgelenk rechts
0.46770	ellbogen - handgelenk links
0.14582	handgelenk - hand rechts
0.24803	handgelenk - hand links
2.0338	hand - schistockteller rechts
1.6516	hand - schistockteller links
0.59518	huefte - knie rechts
0.97861	huefte - knie links
1.4549	knie - sprunggelenk rechts
1.4848	knie - sprunggelenk links
0.60729	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.41752	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.33827	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.30504	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.57010	schusohlenrand vorne - hinten
0.64739	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.6891	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.7495	schuhsohlenrand vorne - schispitze links

synchrone Bilder

0.36647	kopf - kinn
0.11195	kinn - schultermittelpunkt
0.29418	schulterabstand
0.38098	schulter rechts - brustbein
0.35586	schulter links - brustbein
0.89112	schulter - huefte rechts
0.87986	schulter - huefte links
0.56271	brustbein - huefte rechts
0.56349	brustbein - huefte links
0.26378	hueftbreite
0.49941	schulter - ellbogen rechts
0.63177	schulter - ellbogen links
0.38738	ellbogen - handgelenk rechts
0.41747	ellbogen - handgelenk links
0.11514	handgelenk - hand rechts
0.12357	handgelenk - hand links
0.93418	hand - schistockteller rechts
1.0760	hand - schistockteller links
0.78629	huefte - knie rechts
0.78621	huefte - knie links
0.62677	knie - sprunggelenk rechts
0.59823	knie - sprunggelenk links
0.20689	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.20168	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.41600	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.39387	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.40188	schusohlenrand vorne - hinten
0.48457	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.1471	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.1798	schuhsohlenrand vorne - schispitze links

asynchrone bilder: verschiebung 1 filmbild

0.35427	kopf - kinn
0.10625	kinn - schultermittelpunkt
0.29586	schulterabstand
0.36609	schulter rechts - brustbein
0.34841	schulter links - brustbein
0.89639	schulter - huefte rechts
0.89707	schulter - huefte links
0.58342	brustbein - huefte rechts
0.59111	brustbein - huefte links
0.27092	hueftbreite
0.49480	schulter - ellbogen rechts
0.63028	schulter - ellbogen links
0.38783	ellbogen - handgelenk rechts
0.41979	ellbogen - handgelenk links
0.12569	handgelenk - hand rechts
0.12850	handgelenk - hand links
0.98755	hand - schistockteller rechts
0.87315	hand - schistockteller links
0.77218	huefte - knie rechts
0.78156	huefte - knie links
0.61059	knie - sprunggelenk rechts
0.59707	knie - sprunggelenk links
0.23180	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.21192	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.40989	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.41304	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.41232	schusohlenrand vorne - hinten
0.47125	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.1725	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.1975	schuhsohlenrand vorne - schispitze links

asynchrone filmbilder: verschiebung 2 Bilder

0.37124	kopf - kinn
0.10669	kinn - schultermittelpunkt
0.28749	schulterabstand
0.37455	schulter rechts - brustbein
0.35919	schulter links - brustbein
0.92712	schulter - huefte rechts
0.93398	schulter - huefte links
0.60528	brustbein - huefte rechts
0.61145	brustbein - huefte links
0.27233	hueftbreite
0.51242	schulter - ellbogen rechts
0.64894	schulter - ellbogen links
0.41577	ellbogen - handgelenk rechts
0.43856	ellbogen - handgelenk links
0.12660	handgelenk - hand rechts
0.13067	handgelenk - hand links
0.99045	hand - schistockteller rechts
1.0305	hand - schistockteller links
0.83004	huefte - knie rechts
0.83408	huefte - knie links
0.64818	knie - sprunggelenk rechts
0.62792	knie - sprunggelenk links
0.23895	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.20015	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.42732	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.43067	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.42548	schusohlenrand vorne - hinten
0.49217	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.2417	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.2551	schuhsohlenrand vorne - schispitze links

asynchrone filmbilder: verschiebung 10 Bilder

0.35618	kopf - kinn
0.11192	kinn - schultermittelpunkt
0.29326	schulterabstand
0.36649	schulter rechts - brustbein
0.34416	schulter links - brustbein
0.91988	schulter - huefte rechts
0.91390	schulter - huefte links
0.60448	brustbein - huefte rechts
0.61120	brustbein - huefte links
0.26861	hueftbreite
0.50731	schulter - ellbogen rechts
0.63818	schulter - ellbogen links
0.40629	ellbogen - handgelenk rechts
0.43091	ellbogen - handgelenk links
0.11682	handgelenk - hand rechts
0.11952	handgelenk - hand links
0.91783	hand - schistockteller rechts
0.99410	hand - schistockteller links
0.78575	huefte - knie rechts
0.80000	huefte - knie links
0.64187	knie - sprunggelenk rechts
0.62002	knie - sprunggelenk links
0.22269	schusohlenrand hinten - sprunggelenk rechts
0.19589	schuhsohlenrand hinten - sprunggelenk links
0.41271	schusohlenrand vorne - sprunggelenk rechts
0.40782	schuhsohlenrand vorne - sprunggelenk links
0.40431	schusohlenrand vorne - hinten
0.44842	schuhsohlenrand vorne - hinten
1.1929	schusohlenrand vorne - schispitze rechts
1.2011	schuhsohlenrand vorne - schispitze links